“DILLO CON PAROLE TUE”

Sommario. *Avendo maturato la consapevolezza di quanto le difficoltà in matematica siano legate a quelle nella comunicazione linguistica, gli autori si pongono il problema della ricerca di rimedi efficaci. Si esamina un’esperienza didattica focalizzata sui rapporti tra comprensione del testo, abilità linguistiche e comprensione della matematica in classi di primo anno di scuola superiore nell’anno scolastico 2001/02, e si tentano interpretazioni delle ragioni per cui il tentativo non abbia raggiunto risultati soddisfacenti.*

Margherita D’Aprile - Anastasia Squillace - Paola Armentano - Pasquale Cozza - Rossana D’Alessandro - Caterina Lazzaro - Geltrude Rossi - Anna Luisa Scarnati - Gianfranco Scarpino - Grazia Servi - Rosa Sicilia

“DILLO CON PAROLE TUE”

1. Difficoltà in matematica e difficoltà nel linguaggio.

L’esortazione “dillo con parole tue” è ormai entrata nel repertorio dei luoghi comuni utilizzati per frasi scherzose, quando si vuol scimmiottare il buon maestro paziente alle prese con lo scolaro testone. Perciò generalmente ci tratteniamo dall’usarla in classe; ma quante sono le occasioni in cui la dobbiamo parafrasare, nel tentativo di gettare un ponte su un fossato d’incomprensione tra insegnante e studente? Nelle ore di Matematica, molte volte.

Non occorre frequentare convegni di didattica e leggere riviste specialistiche per sapere che una notevole parte delle difficoltà d’insegnamento e d’apprendimento della matematica si genera nell’atto stesso del comunicare questa scienza, attraverso il principale mezzo d’interazione tra esseri umani, cioè il linguaggio naturale. Basta passare qualche ora in una classe per verificarlo. Per parte nostra, lo abbiamo sottolineato parlando del nostro lavoro in seno al nucleo di ricerca didattica di Cosenza: precisamente, a proposito di un’esperienza di Laboratorio di geometria, abbiamo scritto [NCs]: “*E’ emersa, come era prevedibile, la difficoltà di linguaggio e di comunicazione. Nella redazione delle risposte è evidente la povertà di risorse linguistiche ed espositive, e nell’elaborazione di argomentazioni e dimostrazioni si rivelano spesso grosse carenze sia di conoscenze geometriche che di rigore logico. <u>Il dato che più ci ha impressionato, perché più cospicuo del previsto, è che spesso gli studenti hanno equivocato o non compreso termini il cui significato era da noi insegnanti ritenuto acquisito e completamente condiviso.”</u>*

E’ chiaro che sarebbe insensato ridurre tutti i problemi didattici in matematica a problemi di comunicazione linguistica; concordiamo pienamente con Ferrari [F02] quando, citando Sfard, afferma: “*il linguaggio non è solo uno strumento di comunicazione ma influenza il pensiero in modo determinante.*

Naturalmente questo non implica che la matematica sia identificabile con un linguaggio e possa essere appresa con gli stessi metodi adottati per una lingua." E' abbastanza diffuso uno slogan, reminiscente di una famosa frase di Galileo, "la matematica è un linguaggio", che può trasmettere una concezione riduttiva e inesatta della matematica, perché se è vero che essa descrive il mondo e, con simboli e strumenti adatti, comunica in modo efficiente i suoi risultati, è anche vero che essa è, in modo essenziale, creatrice di idee, prima ancora che di modelli e strumenti. Vi sono caratteristiche che contraddistinguono l'attività matematica che non competono specificatamente al linguaggio naturale: l'uso di vari registri espressivi, la ricerca sistematica di collegamenti tra concetti e costruzioni nati in ambiti diversi, il progredire passando da un livello di astrazione a uno più alto ed infine, preminente, la creatività.

Come insegnanti, quindi, ci troviamo investiti da una problematica ponderosa, ben sintetizzata nella frase *"Competenze linguistiche, competenze matematiche: relazioni pericolose o affinità elettive?"*, che fa da titolo ad un capitolo in un libro dedicato ad una ricerca su questi temi [D-N-V]. Le affinità, certo, sono naturali e profonde, dato che, come si diceva sopra, il primo, imprescindibile strumento di comunicazione per la maggior parte delle attività umane è la lingua materna, e che a partire da questo primo strumento si costruiscono i linguaggi simbolici che caratterizzano le scienze, in particolare la matematica. Di più, come dice Brown [B], il linguaggio tecnico possiede una particolare capacità creatrice: *"La notazione matematica non descrive i fenomeni matematici semplicemente, li attiva. Il linguaggio non si limita a descrivere un'azione, ne è parte,*

Anche quando parliamo di matematica in classe, non ci limitiamo a descrivere delle idee che vivono per conto loro in un mondo perfetto, al contrario le costruiamo o ricostruiamo, sia pure senza esserne sempre pienamente consapevoli. I matematici di professione, quando parlano del loro lavoro, dicono di "**fare matematica**"; e molti confermano che ***parlare di matematica*** è indispensabile per poter progredire nella ricerca. Se ci andiamo convincendo, come pare, che il metodo della lezione frontale, valido al livello universitario, debba essere affiancato, se non completamente soppiantato, in tutti gli altri tipi di scuola, da altre metodologie, allora è scontato che **"insegnare matematica" equivalga a "fare matematica" con gli allievi e a costruire le condizioni e le occasioni perché gli studenti "facciano matematica",** ***parlando di matematica*** **tra loro e con l'insegnante.**

Le attività di laboratorio risultano quindi essere non complementari ma essenziali ad una pratica scolastica significativa. E' in base a queste considerazioni che abbiamo cercato di organizzare, nell'anno scolastico 2001/2002, dei laboratori **per aiutare gli studenti a verificare e rafforzare la padronanza della lingua naturale, in contesto di comunicazione matematica.**

Sebbene i risultati, come si vedrà sotto, siano stati da noi stessi giudicati poco soddisfacenti, da questi tentativi abbiamo tratto tuttavia la convinzione che la questione affrontata sia di vitale importanza per l'efficacia del nostro lavoro di insegnanti di matematica e che valga la pena riflettere anche sui limiti della nostra attività. Era scontato che gli studenti si trovassero a disagio nell'articolare i loro pensieri di matematica e che gli episodi di non comprensione dei termini e gli equivoci, già accaduti in passato, dovessero riprodursi. Molti autori, anche in testi scolastici, hanno messo in evidenza i pericoli insiti nell'inevitabile sovrapposizione tra termini del linguaggio quotidiano e termini del linguaggio specialistico (per citare solo qualcuno, [Be], [F01], [T]); noi vogliamo solo proporre qui un tentativo di analisi della inefficacia dei nostri sforzi e della necessità di scavare più a fondo, anche in noi stessi, per trovare le radici di quelle pertinaci, robuste "relazioni pericolose".

2. L'esperienza in classe.

Durante l'anno scolastico 2001/02, il nostro gruppo, costituito fino ad allora da soli insegnanti di matematica nella scuola superiore, **ha ritenuto necessario il supporto di un'insegnante di italiano, R. Sicilia, e di una (allora) laureanda in matematica, A. Squillace, al fine di preparare materiali didattici che aiutassero i ragazzi della prima classe della scuola superiore a migliorare la comprensione delle letture e a riflettere sulle loro espressioni verbali.**

Abbiamo costruito un test di verifica della condizione iniziale dei ragazzi attingendo ad un articolo di Olivieri e Percario [OV], nel quale veniva proposta la lettura e l'interpretazione di un celebre passo di Platone, quello in cui Socrate conduce lo schiavo alla costruzione del quadrato doppio di un quadrato dato. Ai quesiti sul brano abbiamo aggiunto alcuni classici esercizi sulla traduzione in formule di una frase a proposito di somme e prodotti e sul passaggio inverso, cioè l'interpretazione discorsiva di formule e simboli matematici. Riportiamo, a titolo d'esempio, gli esercizi

(B) *Scrivi, usando simboli di tua scelta:* " il quoziente del cubo della somma di due numeri per la somma dei cubi dei numeri stessi"

(C) *Indichiamo con* $a \otimes b$ *il numero che si ottiene sommando la differenza tra e e b al prodotto di a per b. Calcola*

a) $5 \otimes 4$ b) $3 \otimes 7$

e l'ultimo esercizio del test:

(E) *Scrivi, nel modo che ti pare più efficace, le istruzioni per cambiare le batterie di un videogioco (tipo "Gameboy").*

Lo scopo del quesito (E) è sondare la capacità di ricostruire, in maniera esaustiva e in ordine logico e di tempo, tutti i gesti che compongono una certa attività. Nel valutare le risposte abbiamo giudicato incomplete le istruzioni contenenti meno di cinque passaggi (compreso il controllo della polarità).

Il test è stato sottoposto a 81 studenti di Cosenza, appartenenti a tre prime classi di Liceo Scientifico e una prima classe di Istituto Tecnico Industriale.

Come ci aspettavamo, gli studenti si sono rivelati in gran parte incapaci di cogliere i significati, di padroneggiare il simbolismo e di esprimersi correttamente. Ben il 57% non sa spiegare il ragionamento compiuto dallo schiavo, sotto la guida di Socrate, e quasi la metà degli studenti (il 48%) non riesce a definire il metodo usato da Socrate. Frequente la sciatteria nell'esprimersi in lingua italiana; tre studenti scrivono "aria" per "area".

Non meraviglia che 23 studenti su 81 (il 28% circa) chiamino "rombo" un quadrato le cui diagonali sono parallele ai lati del foglio: è ben noto come nell'insegnamento elementare venga sovente generato un "misconcetto" a proposito della classificazione dei quadrilateri. Invece, sono inaspettate la percentuale (20%) degli studenti che non rispondono al quesito (B) e quella degli studenti che rispondono in modo errato (49%); 15 sui 40 studenti che sbagliano (B) rispondono

$$(a+b)^3 \,/\, (a^3+b^3) \quad \textit{o perfino} \quad (a+b)^3 \,/\, a^3+b^3$$

evidentemente tratti in inganno dalla preposizione *"per"* che compare nel testo dell'esercizio. 28 studenti su 81 (il 35% circa) sbagliano, in vari modi (oltre che nel modo di cui sopra, usando quadrati invece che cubi, oppure limitandosi a tentativi incompiuti) l'esercizio B, ma rispondono esattamente al quesito C: la formulazione di quest'ultimo, sotto forma di istruzione a proposito di operazioni su numeri, risulta dunque più comprensibile, non ostante che il testo di (C) contenga una imprecisione (non ci siamo accorti di aver usato le lettere *a* e *b* anche come indici per enumerare i due esempi) che ha indotto 11 ragazzi su 19 della classe di I.T.I.S a rispondere,

$$(3.7) - (5.4).$$

Secondo le attese, le migliori prestazioni nella comprensione del testo italiano si sono accompagnate a soddisfacenti risultati nello svolgimento dell'esercizio (E), con l'eccezione di un ragazzo che ha risposto sufficientemente a questo quesito e ha lasciato in bianco buona parte del resto. Osserva Squillace nella sua tesi di laurea [S] *"una situazione problematica non scolastica attrae l'attenzione e risveglia capacità assopite meglio e più di problemi standard".*

Convinti che se manca la comprensione del linguaggio naturale non ci può essere quella del linguaggio specifico della matematica, abbiamo deciso di concentrarci innanzi tutto sul modo in cui noi insegnanti ci esprimiamo in classe, sorvegliando con rinnovata attenzione le nostre stesse parole. Ci siamo prefissi di collaborare alla messa a punto di un argomento del programma di matematica: volevamo stabilire contenuti e forma della lezione, con l'obiettivo principale di uniformare il più possibile il vocabolario tecnico e lo stile del discorso degli insegnanti, sulla traccia di un testo adottato nella maggior parte delle classi.

L'argomento scelto, le equazioni di primo grado, è noto ai ragazzi del biennio, che lo hanno conosciuto nelle scuole medie, quindi si presta all'utilizzo dello schema proposto da Rosetta Zan [Z] per il "recupero" di studenti in difficoltà: fogli divisi in due colonne, contenenti le stesse domande o problemi, sotto le due intestazioni "prima" e "dopo". **Nel nostro caso, abbiamo preparato una scheda che servisse al duplice scopo di avviare il lavoro sulle equazioni, facendo riflettere gli studenti sulle conoscenze che essi già possiedono, per richiamarle e per rilevare eventuali lacune, e di farli meditare, al termine del lavoro, sui progressi fatti e sugli ostacoli non rimossi**. La scheda, riportata in Appendice, contiene, seguendo fedelmente il modello di Zan, ([Z], Vol. 23 A, n.4, Appendice, pag. 340-345) domande volte a sollecitare l'auto-valutazione, con lo scopo di rendere lo studente *cosciente* delle proprie lacune e *responsabile* del processo di apprendimento.

Hanno completato entrambe le parti delle schede 54 studenti in tre delle quattro classi che erano state sottoposte al primo test, e precisamente due delle classi di Liceo Scientifico e la classe dell'Istituto Tecnico Industriale. L'esame complessivo delle schede sul tema delle equazioni mostra sì dei miglioramenti tra "prima" e "dopo" ma non così netti come ci aspettavamo. Le difficoltà nel definire, nell'impiegare correttamente i termini tecnici, nell'usare coscientemente i simboli, che erano state messe in evidenza dalla prima attività di cui si è detto sopra, diminuiscono per alcuni studenti ma permangono per la maggioranza, anche dopo che l'argomento è stato svolto dettagliatamente in classe.

In particolare, su 54 studenti di prima superiore, più della metà continua ad avere difficoltà nel distinguere equazioni indeterminate da equazioni impossibili; e tra i 29 studenti che nell'ultima pagina del test indicano come impossibile l'equazione $3x = 0$ più della metà (16) avevano scritto nella prima pagina una definizione accettabile o aveva almeno indicato un esempio corretto di equazione impossibile e di equazione indeterminata.

Sono frequenti i casi in cui lo studente afferma, nella sezione "dopo", di conoscere tutti i termini e simboli che vengono elencati (o indica di non conoscerne uno soltanto, con più frequenza "parametro") ma non scrive nulla quando gli è richiesto di spiegare il significato di quei termini oppure si limita a qualche esempio o ancora scrive definizioni che sono frutto di reminiscenze confuse, come in questi casi, tratti da elaborati diversi:

Identità è un'equazione che ammette ogni numero razionale del proprio dominio (Covello V)

Equazione indeterminata: è quella che si moltiplica 0 per qualsiasi altro numero(Covello C.)

L'identità è il valore attribuito all'incognita.(De Pietro)

Equazione impossibile: equazione in cui il primo termine dell'equivalenza è uguale a zero (De Pasquale)

Pochi i casi di definizioni non proprio ortodosse ma ragionevoli:

equazione impossibile = che non si può risolvere (Esposito V)

parametro: è una variabile al variare della quale cambia il risultato (Garofalo)

In alcuni casi (7 su 54), a definizioni formalmente corrette, ma nel linguaggio , tipico di certi libri di testo, come:

Equazione: eguaglianza di due espressioni (di cui almeno una letterale) verificata solo da particolari valori attribuiti alle lettere che vi figurano,(Altomare T.)

Equazione impossibile: se l'insieme delle soluzioni è vuoto

fanno riscontro risposte errate ai quesiti che richiedono di utilizzare quelle definizioni. Soltanto due studenti mostrano un netto miglioramento nella comprensione del concetto di radice di un'equazione; per gli altri si nota esclusivamente un miglioramento delle capacità algoritmiche, in accordo con la convinzione, posseduta dal 54% degli studenti, che "soluzione di un'equazione" sia il "*processo risolutivo*" o il "*risultato*" o "*la semplificazione*" o "*scoperta del valore dell'incognita*"..

La quasi totalità degli studenti (in particolare, tutti quelli dell'Istituto Tecnico) non risponde, né prima, né dopo le lezioni sulle equazioni, al quesito

Inventa un problema che si traduce nella equazione 2 y = (y + 9)/2.

Solo uno studente si cimenta con questo problema sia "prima" sia "dopo"; tre studenti lo affrontano "dopo", fra cui uno che lascia a metà la sua risposta e commenta, nel riquadro finale, dove si richiede di indicare dubbi o domande:

"Credo che non sia possibile creare un problema attorno all'equazione 2 y = (y + 9)/2, perché svolgimento già creato e strumenti già noti per portare i valori in un altro sistema di linguaggio".(Russo)

Se interpretiamo correttamente questa affermazione, il ragazzo ha assimilato la concezione che ogni fatto matematico sia dato, non modificabile, ed abbia un'unica rigida interpretazione; il suo atteggiamento è, in definitiva, di disinteresse e di rinuncia, infatti la sua risposta (sia "prima" che "dopo") alla domanda conclusiva "pensi di conoscere questo argomento" è "per niente".

Pochi (una decina) gli studenti che affrontano la fatica di scrivere qualche parola nel riquadro finale che contiene le richieste di commenti sui risultati ottenuti e sul questionario stesso. L'analisi delle risposte degli allievi ci porta dunque a riconoscere che, non ostante l'impegno profuso nel preparare la presentazione dell'argomento e l'attenzione posta nell'introdurre i termini tecnici con abbondanza di esempi e di motivazioni, non siamo riusciti a far sì che la maggioranza di questi studenti si impadronisse del significato delle parole che li abbiamo costretti ad usare, e tanto meno siamo riusciti a correggere una visione riduttiva e alienante della matematica. Abbiamo ancora una volta verificato l'esattezza di questa considerazione di Brown: "*In una situazione di insegnamento/apprendimento, l'insegnante agisce e lo studente risponde. Mentre l'insegnante può avere certe intenzioni, lo studente tuttavia risponderà in linea con il suo proprio programma. […] non ci sono garanzie sullo stile della risposta dello studente [B, p.197]*".

3. Hai le parole per dirlo?

Nel presentare la scheda "prima/dopo" abbiamo osservato che essa sollecita l'assunzione di responsabilità dello studente riguardo al suo apprendimento. L'adozione di questo modello di scheda indica una presa di coscienza, da parte dei componenti del gruppo di ricerca, della necessità di privilegiare l'autonomia e l'auto-valutazione dello studente.

Una tale consapevolezza segnala come, sia pur con modalità diverse e personali, stia avvenendo una graduale transizione verso un'organizzazione della didattica in cui i tempi dedicati alla elaborazione e alla discussione per piccoli gruppi e al confronto nella classe sono prevalenti rispetto a quelli destinati alle lezioni "frontali". Bisogna onestamente riconoscere però che questo passaggio non è facile né indolore. I motivi che inducono alla cautela non sono pochi, a cominciare dalla scarsità delle esperienze di questo tipo vissute da noi stessi in prima persona e quindi di modelli cui riferirci, per finire con le "barriere architettoniche" costituite dall'arredo delle aule, spesso poco adatto alle esigenze del lavoro laboratoriale.

Contrariamente alle nostre intenzioni e previsioni, nella realizzazione del nostro progetto le attività di laboratorio sono state di fatto abbastanza ridotte. Sarebbe bastato dedicare al laboratorio un tempo maggiore per migliorare almeno la comprensione dei termini, che è rimasta così scarsa anche dopo il lavoro in classe?

L'auto-osservazione del nostro gruppo al lavoro e la lettura delle risposte degli studenti inducono a formulare l'ipotesi che le radici dell'insuccesso siano profonde; fra di esse, la resistenza a modificare il nostro linguaggio di insegnanti, l'insensibilità (indotta dalla lunga familiarità con il linguaggio tecnico) a cogliere le artificiosità inutili del gergo cui siamo avvezzi e le continue insidiose sovrapposizioni tra termini tecnici e parole del linguaggio quotidiano. Inoltre pare che nello sforzo di controllare le nostre parole siamo stati ancora una volta troppo formali, senza riuscire a raggiungere il traguardo della naturalezza ed immediatezza nella comunicazione.

Come agire per contrastare le abitudini consolidate, l'insensibilità alle differenze, la sordità per le voci dei non iniziati? Un primo passo dovrebbe consistere nel riuscire a spogliarsi di una concezione radicata nel profondo, probabilmente inconscia, sulla natura assoluta, intoccabile, indipendente da noi, della matematica e di conseguenza divenire profondamente convinti che *"La traduzione dell'esperienza matematica in parole dagli individui dovrebbe essere vista come parte integrante della matematica stessa, inseparabile da attività cognitive meno visibili"*([B], pag. 200). Dunque: fare spazio alla matematica "parlata".

Bisogna però attrezzarsi per evitare il chiacchiericcio sterile. Sarà necessario cercare strumenti per vigilare effettivamente sulle proprie parole, ed impegnarsi nell'ascoltare le parole degli studenti.

Vigilare sulle proprie parole significa essere consapevoli di quali parole siano nuove per l'interlocutore, sforzarsi di riscoprirne il suono e di ricostruirne il senso che esse hanno oggi nell'attività matematica di questo particolare gruppo di studenti, ricordarne i significati pregressi solo per prevenire fraintendimenti e cacofonie. Abbiamo esperimentato, come dicevamo sopra, che non si tratta di un esercizio facile!

Ascoltare le parole degli studenti: non per adottarle, ma per stabilire una connessione lungo cui trasmettere significati. Ogni insegnante sa che lasciar parlare di matematica gli studenti permette di sbirciare nel loro mondo matematico e può portare a comprendere le cause di divergenze e di incomprensioni. E' arduo trattenersi dal correggere immediatamente ogni espressione scorretta, ma la pazienza profusa nelle fasi iniziali di un lavoro paga sempre: per i nostri ragazzi diverrà più facile accettare il linguaggio ufficiale, per quanto esotico, dopo che avranno verificato la sua pregnanza e utilità.

Scrivere è di enorme aiuto per entrambi gli scopi. Certo, leggere le riflessioni degli allievi prende tempo; e mettere su carta i propri discorsi di insegnante ne richiede ancora dell'altro. Bisognerebbe escogitare modi per praticare la scrittura come mezzo per la maturazione professionale, senza far nascere nuove perniciose routines. Quanto agli allievi, non c'è dubbio: devono scrivere di più.

Se nel parlare il bisogno di immediatezza e la preoccupazione di non far attendere l'interlocutore possono giustificare il ricorso a formulazioni imprecise e non abbastanza meditate, quando si scrive non c'è scusa: quello che produciamo dovrebbe riflettere il nostro pensiero pienamente. La ricerca delle parole necessarie per scrivere impone il riordino dei propri pensieri; se gli alunni si sottoponessero ogni tanto a questa fatica dovrebbero arrivare a cogliere la necessità di nuove parole, quelle con cui poter meglio comunicare i fatti della matematica. Allora se "dicessero con le loro parole", le loro parole sarebbero anche le nostre.

BIBLIOGRAFIA

[B] Tony Brown, *Mathematics Education and Language, Interpreting Hermeneutics and Post-Structuralism,* Revised second edition, Kluwer, Dordrecht, 2001

[Be] Claudio Bernardi**,** *Linguaggio naturale e linguaggio logico: parliamo della 'e'*. Progetto Alice, Rivista Quadrimestrale di Matematica e di Didattica della Matematica. (2000) vol. 1(1) pag. 11-21

[D-N-V] Fabio de Michele – Laura Nuti – Vinicio Villani, *Ma-lì. Tra numeri e parole: le attese degli insegnanti, le risposte degli allievi,* Le Monnier –IRRSAE Toscana, 1999

[F01] Pier Luigi Ferrari, *Linguaggio quotidiano e linguaggio matematico,* Appunti del seminario presso l'Università di Pisa, 2001, non pubblicati.

[F02] Pier Luigi Ferrari, *Costruzione di competenze linguistiche appropriate per la matematica a partire dalla media inferiore,in corso di stampa su* L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate

[NCs] M. D'Aprile, P. Armentano, P. Cozza, R. D'Alessandro, C. Lazzaro, G. Rossi, A.L. Scarnati, G. Scarpino, G. Servi - *Un'esperienza di Laboratorio di Geometria dello spazio*. L'insegnamento della Matematica e delle scienze integrate, vol. 24B n. 4, agosto 2001, pag.343-356.

[OV] Giovanni Olivieri e Zelinda Percario, *Difficoltà in matematica*, Progetto Alice, 2000 III, vol. 1, n. 3, pag. 485 - 512

[S] Anastasia Squillace, *Difficoltà in matematica: sono connesse con le difficoltà nell'uso e nella comprensione della lingua?* Tesi di laurea, Università della Calabria, anno accademico 2001/02

[T] Roberto Tortora, *Logica e linguaggio*, IV Corso di formazione MPI-UMI, Lucca, settembre 1997, Quaderno 26/1 del MPI, pag. 52-77

[Z] Rosetta Zan, *Emozioni e difficoltà in matematica*, L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate, vol. 23 A, 2000, n 3, pag. 207-232, n.4, pag. 327- 345.

APPENDICE

*<u>Avvertenza</u>. Stiamo per affrontare lo studio di un argomento che in parte ti è già noto dalla scuola media. Per evitare inutili ripetizioni e spiacevoli equivoci, è importante chiarire quali siano le conoscenze che hai già acquisito; a questo scopo, ti viene richiesto di rispondere alle domande che trovi nella colonna a sinistra di questo questionario, sotto il titolo "***All'inizio dell'unità***". Quando avremo terminato lo studio, riprenderai questi fogli e risponderai alle domande sotto il titolo "***Al termine dell'unità***"; potrai così valutare i progressi che hai fatto e riconoscere, se ci sono, i tuoi "punti deboli" (da tenere sotto controllo).*

NOME E COGNOME...
Classe ....

All'inizio dell'unità "Equazioni"	Al termine dell'unità "Equazioni"
<u>Data:</u>........................ <u>Sono le ore</u>............ Pensi di conoscere questo argomento? □ sì □ poco □ per niente □non so	<u>Data:</u>........................ <u>Sono le ore</u>............ Pensi di conoscere questo argomento? □ sì □ poco □ per niente □ non so

0. In questa unità vengono utilizzati i seguenti termini e simboli

Opposto di un numero		Inverso di un numero		
Eguaglianza	Identità	Equazione	Incognita	Coefficiente
Parametro				
Soluzione di un'equazione	Radice di un'equazione	Verifica di una soluzione		
Equazioni equivalenti	Equazione impossibile	Equazione indeterminata		
Grado di un'equazione				
N	***Z***	***Q***	***R***	

Riporta nel riquadro i simboli o i termini che **non** conosci

All'inizio del modulo	Al termine del modulo

Riporta nel riquadro i simboli e i termini che conosci, **cercando di spiegarne il significato**

All'inizio del modulo	**Al termine del modulo**

1. Sai fare un esempio di identità? E uno di equazione? Altrimenti, segna la risposta "Non so"

All'inizio	**Al termine**
Un esempio di identità è Non so	Un esempio di identità è Non so
Un esempio di equazione è Non so	Un esempio di equazione è Non so
Sei sicuro della risposta che hai dato? Si No	Sei sicuro della risposta che hai dato? Si No

2. Risolvi il problema seguente <u>senza ricorrere a un'equazione</u> (scrivi succintamente il tuo ragionamento)

Trovare un numero con questa proprietà: se si toglie 5 al suo doppio, si ottiene 3.

All'inizio	**Al termine**
Ho pensato: Non so	Ho pensato: Non so

3. Indica, tra le equazioni che seguono, quella (o quelle) che traduce (traducono) il problema seguente:

Uno scampolo di stoffa di lunghezza 92,4 cm viene diviso in due parti, ci cui una ha lunghezza quadrupla dell'altra. Quanto è lunga ciascuna parte?

All'inizio		**Al termine**	
a) $x = 92{,}4 / 2$	si no non so	a) $x = 92{,}4 / 2$	si no non so
b) $92{,}4 / x = 4x$	si no non so	b) $92{,}4 / x = 4x$	si no non so
c) $x + 4x = 92{,}4$	si no non so	c) $x + 4x = 92{,}4$	si no non so
d) $x + x/4 = 92{,}4\,x$	si no non so	d) $x + x/4 = 92{,}4\,x$	si no non so
e) $5x = 92{,}4$	si no non so	e) $5x = 92{,}4$	si no non so
Sei sicuro delle risposte che hai dato? Si No Se no, di quali risposte non sei sicuro?		Sei sicuro delle risposte che hai dato? Si No Se no, di quali risposte non sei sicuro?	

4. Indica, tra le equazioni che seguono, quelle che hanno la soluzione 1/2 .

All'inizio		**Al termine**	
a) $2x = 4$	si no non so	a) $2x = 4$	si no non so
b) $4x - 2 = 0$	si no non so	b) $4x - 2 = 0$	si no non so
c) $4x^2 - 1 = 0$	si no non so	c) $4x^2 - 1 = 0$	si no non so
d) $2x = 0$	si no non so	d) $2x = 0$	si no non so
e) $5x + 10 = 0$	si no non so	e) $5x + 10 = 0$	si no non so
Sei sicuro delle risposte che hai dato? Si No Quale ragionamento hai fatto per scegliere le risposte?		Sei sicuro delle risposte che hai dato? Si No Quale ragionamento hai fatto per scegliere le risposte?	

5. Per quali scelte del parametro *a* **l'equazione** $5x - a = 0$ **ha la soluzione** $1/2$ **?**

All'inizio		Al termine	
a) $a = 10$	si no non so	a) $a = 10$	si no non so
b) $a = 5/2$	si no non so	b) $a = 5/2$	si no non so
c) $a = 1/2$	si no non so	c) $a = 1/2$	si no non so
d) $a = -1/2$	si no non so	d) $a = -1/2$	si no non so
e) per nessun valore di *a*	si no non so	e) per nessun valore di *a*	si no non so
Sei sicuro delle risposte che hai dato? Si No Spiega il ragionamento che hai fatto per rispondere		Sei sicuro delle risposte che hai dato? Si No Spiega il ragionamento che hai fatto per rispondere	

6. Scrivi un'equazione che abbia come soluzione 1 **.**

All'inizio	Al termine
Un'equazione che ha la soluzione 1 è Non so	Un'equazione che ha la soluzione 1 è Non so

7. Inventa un problema che si traduce nella equazione *2 y = (y +)/2.*

All'inizio	Al termine
Non so	Non so

8. Segna <u>*soltanto*</u> le coppie formate da equazioni che <u>*non sono*</u> equivalenti, o indica che non conosci la risposta.

All'inizio		Al termine	
a) $x(x - 1) = 0;$ $x - 1 = 0$	non so	a) $x(x - 1) = 0;$ $x - 1 = 0$	non so
b) $3 x = 0;$ $x = 1/3$	non so	b) $3 x = 0;$ $x = 1/3$	non so
c) $x + 5 = 0;$ $-3 x -15 = 0$	non so	c) $x + 5 = 0;$ $- 3 x - 15 = 0$	non so
d) $x + 5 = 0;$ $x + 3 = -2$	non so	d) $x + 5 = 0;$ $x + 3 = - 2$	non so
e) $x/3 + 1 = 0;$ $x + 3 = 3$	non so	e) $x/3 + 1 = 0;$ $x + 3 = 3$	non so
Sei sicuro delle risposte che hai dato? Si No Quale ragionamento hai fatto per dare le risposte?		Sei sicuro delle risposte che hai dato? Si No Quale ragionamento hai fatto per dare le risposte?	

9. Sai fare un esempio di equazione che è risolubile (cioè, ha soluzione) in *Q* ma non in Z ?

All'inizio	**Al termine**
Un esempio di equazione che non ha soluzione in *Z, ma l'ha in Q,* è Non so	Un esempio di equazione che non ha soluzione in *Z, ma l'ha in Q,* è Non so

10. Per ciascuna delle equazioni che seguono, indica se è determinata, indeterminata, impossibile in ∇

All'inizio		**Al termine**	
a) $x + 14 = x$	determ. indet. imposs. non so	a) $x + 14 = x$	determ. indet. imposs. non so
b) $3x = 3$	determ. indet. imposs. non so	b) $3x = 3$	determ. indet. imposs. non so
c) $3x = 0$	determ. indet. imposs. non so	c) $3x = 0$	determ. indet. imposs. non so
d) $x^2 + 1 = 0$	determ. indet. imposs. non so	d) $x^2 + 1 = 0$	determ. indet. imposs. non so
e) $x + 3x = 4x$	determ. indet. imposs. non so	e) $x + 3x = 4x$	determ. indet. imposs. non so
Sei sicuro delle risposte che hai dato? Si No		Sei sicuro delle risposte che hai dato? Si No	

Il questionario è finito.

All'inizio	**Al termine**
Sono le ore……….	Sono le ore……………..
Conta quante volte hai risposto "non so"	Conta quante volte hai risposto "non so"
Conta in quanti casi hai risposto di "non essere sicuro"	Conta in quanti casi hai risposto di "non essere sicuro"
Dopo aver risposto alle domande precedenti, pensi di conoscere questo argomento? sì poco per niente non so	Dopo aver risposto alle domande precedenti, pensi di conoscere questo argomento? sì poco per niente non so
Confronta la risposta che hai dato ora con quella che hai scritto nel primo riquadro. E' diversa?	Confronta la risposta che hai dato ora con quella che hai scritto nel primo riquadro. E' diversa?
Se sì, sai spiegare le ragioni?	Se sì, sai spiegare le ragioni?
In ogni caso, segna qui di seguito eventuali dubbi e domande che questo questionario ti ha suscitato:	In ogni caso, segna qui di seguito eventuali dubbi e domande che questo questionario ti ha suscitato: